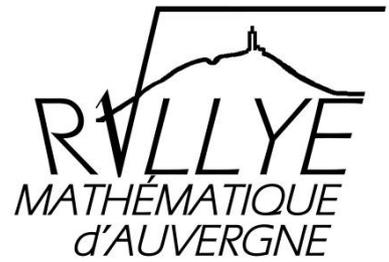


Rallye Mathématique d'Auvergne 2022

~ 25e édition ~



À vous !

Jeunes élèves des collèges et lycées d'Auvergne, à vous de faire preuve de vos qualités de réflexion, d'initiative et d'imagination !

Au sein de votre classe, les connaissances et compétences de chacun seront nécessaires pour venir à bout des défis originaux et astucieux que l'équipe d'élaboration des sujets vous a préparés.

Mais malgré les difficultés que vous allez rencontrer, vous devez en être persuadés, le succès est à votre portée !

Bon rallye 2022 !

Jean-Alain RODDIER,
IA-IPR Mathématiques



Mardi 15 mars 2022

Semaine des mathématiques



Epreuves qualificatives du RMA 2022

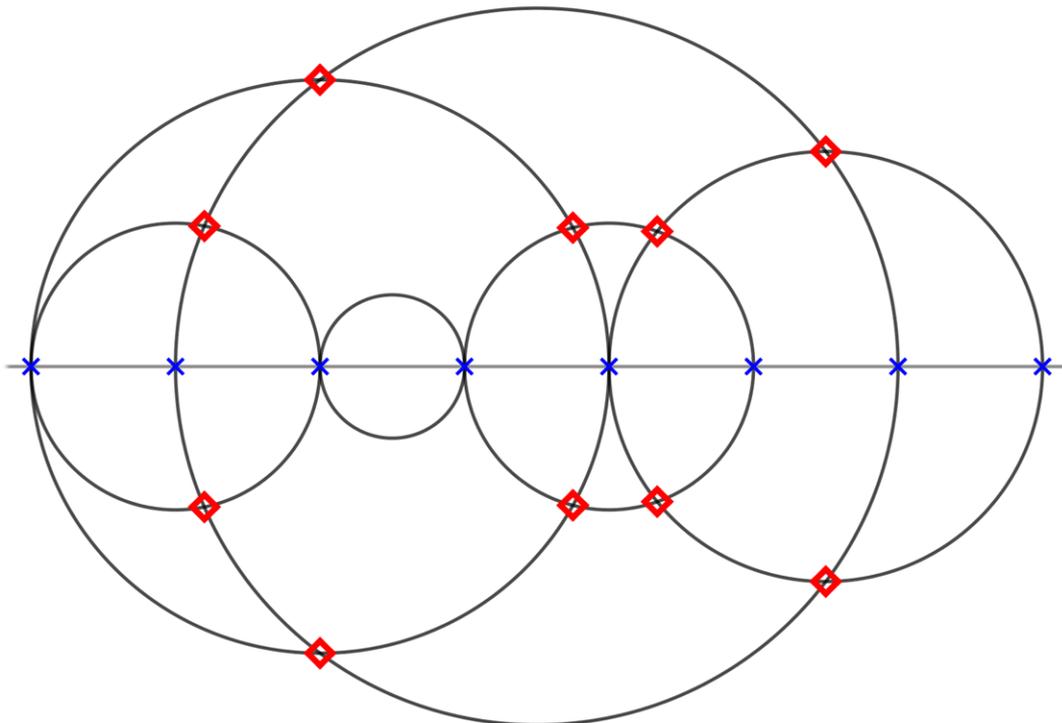
Les consignes :

- Les calculatrices et les ordinateurs **sans accès internet** sont autorisés.
- L'utilisation des téléphones portables et des objets connectés est interdite.
- Ce sujet est composé de 7 défis répartis en 3 niveaux de difficulté. Une même classe ne peut rendre qu'**une seule réponse** par défi. Chaque réponse sera rédigée sur une ou plusieurs fiches-réponses (les défis 5 et 7 ont des fiches-réponses spécifiques).
- Chaque fiche-réponse sera paginée et portera :
 - le nom et la ville de l'établissement ;
 - le nom de la classe ;
 - l'effectif total de la classe ;
 - le numéro du défi.
- Toute utilisation de l'outil informatique donnera lieu à l'envoi d'un fichier à l'adresse : rallye.mathematique@ac-clermont.fr sous le format classe_etablissement_numerodefi.extensiondufichier (par exemple 2eA_lyceeduval_4.xls ou 3e3_collegedubois_5.ggb)
 Seuls les envois à partir d'une **adresse courriel académique** seront acceptés.
- Pour chaque défi, sauf indication contraire, le jury évaluera :
 - l'exactitude des réponses aux questions posées ;
 - l'argumentation ;
 - la présentation.

Conception et rédaction : IREM, APMEP
Contact : rallye.mathematique@ac-clermont.fr

On place 8 points régulièrement espacés sur une droite. On trace ensuite tous les cercles dont les diamètres ont pour extrémités 2 des 8 points placés sur la droite.

Sur la figure on a tracé que « quelques » cercles comme dans le protocole ci-dessus et noté par des petits carrés rouges les intersections de ces cercles. A ce stade on en compte 10.

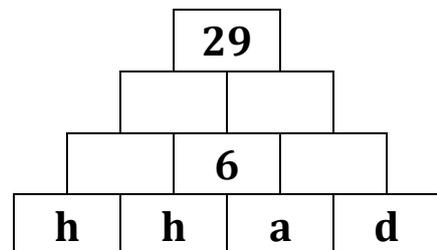
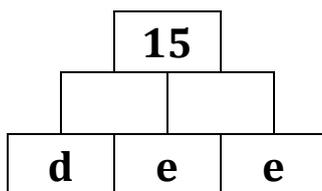
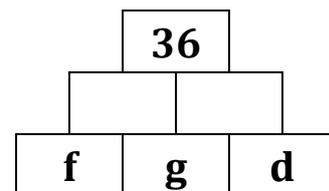
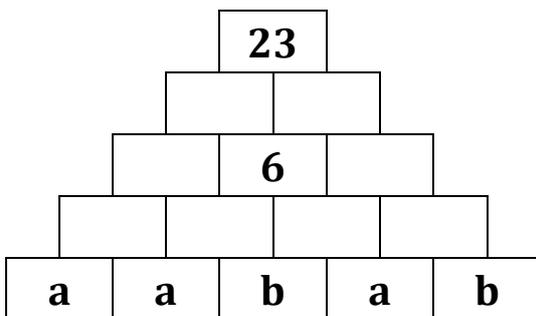
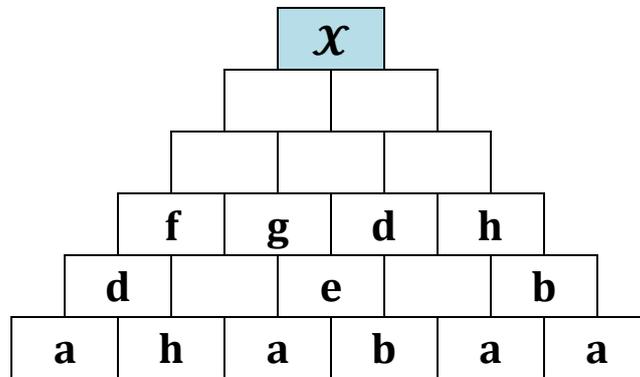


Combien de points d'intersection entre des cercles obtient-on dans la figure complète avec tous les cercles ?

Remarque : on précise qu'on ne comptera pas les 8 points initiaux.

Dans les pyramides ci-dessous, chaque brique contient un nombre entier égal à la somme des deux briques sous elle. Mais, certains nombres ont été remplacés par des lettres et d'autres ont été effacés.

On précise à ce sujet qu'une lettre désigne partout le même nombre et qu'un même nombre aura toujours été remplacé par la même lettre ; une case vide peut contenir n'importe quel nombre, y compris un nombre qui aurait été remplacé par une lettre ailleurs.

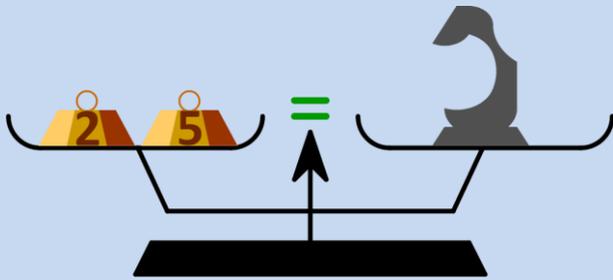


Quelle est la valeur de \mathcal{X} ?

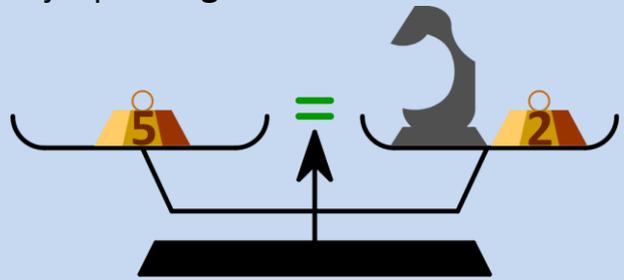
On dispose d'une balance de Roberval à deux plateaux. Cette balance fonctionne ainsi :

Pour connaître le poids d'un objet, il faut équilibrer les deux plateaux comme dans les exemples ci-dessous :

Exemple 1 : on place l'objet d'un côté et des poids de l'autre. Puisque l'équilibre se fait on peut conclure que l'objet pèse **7 g**.



Exemple 2 : on place l'objet d'un côté et des poids des deux côtés. Puisque l'équilibre se fait on peut conclure que l'objet pèse **3 g**.



Remarque : pour chaque question ci-dessous, il n'est pas nécessaire d'utiliser les trois poids dont on dispose pour chaque pesée.

1/ On dispose de 3 poids de masse 2 g, 5 g et 9 g.

- a) Avec ces trois poids, peut-on déterminer si un objet pèse 6 g ?
- b) Avec ces trois poids, peut-on déterminer si un objet pèse 8 g ?

2/ On dispose de 3 poids de masse 1 g, 5 g et 8 g.

Donnez toutes les masses que l'on peut déterminer avec ces trois poids.

3/ Avec trois poids, nous souhaitons pouvoir peser la plus grande collection d'objet dont les masses sont des nombres entiers consécutifs de grammes à partir de 1 g. Quelle est la valeur de ces trois poids ?

Le capitaine pirate Mac Mathew est en plein combat contre un kraken possédant initialement 50 tentacules. Malheureusement, cette bête monstrueuse possède d'extraordinaires capacités de régénération, si bien que :

- lorsqu'on lui coupe 10 tentacules, il en repousse alors 1 instantanément ;
- lorsqu'on lui coupe 11 tentacules, il en repousse alors 5 instantanément ;
- lorsqu'on lui coupe 2 tentacules, il en repousse alors 14 instantanément !

... et il est impossible de couper un autre nombre de tentacules en une fois.

Si, le kraken n'a plus de tentacule ou qu'un seul pendant au moins une minute, il est alors vulnérable et peut être achevé.

Le capitaine Mac Mathew pourra-t-il tuer le kraken ?

Si oui, comment ?

Si non, expliquer pourquoi.

DANS L'CUBE !

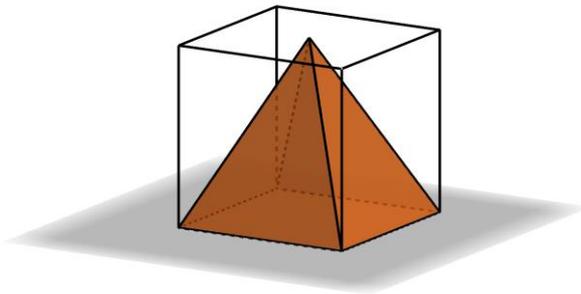
Note : Cet exercice dispose d'une fiche-réponse spécifique.

Dans cet exercice, on place des solides dans un cube et on les « projette » contre ses six faces pour obtenir comme une empreinte noire dessinée sur les faces. On présente un exemple dans le cadre ci-après.

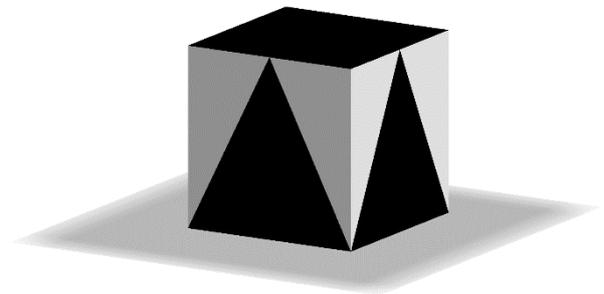
Voilà ce qu'on obtient avec une pyramide à base carrée :

- vue de côté : un triangle isocèle ;
- vue du dessus : toute la face est noircie.

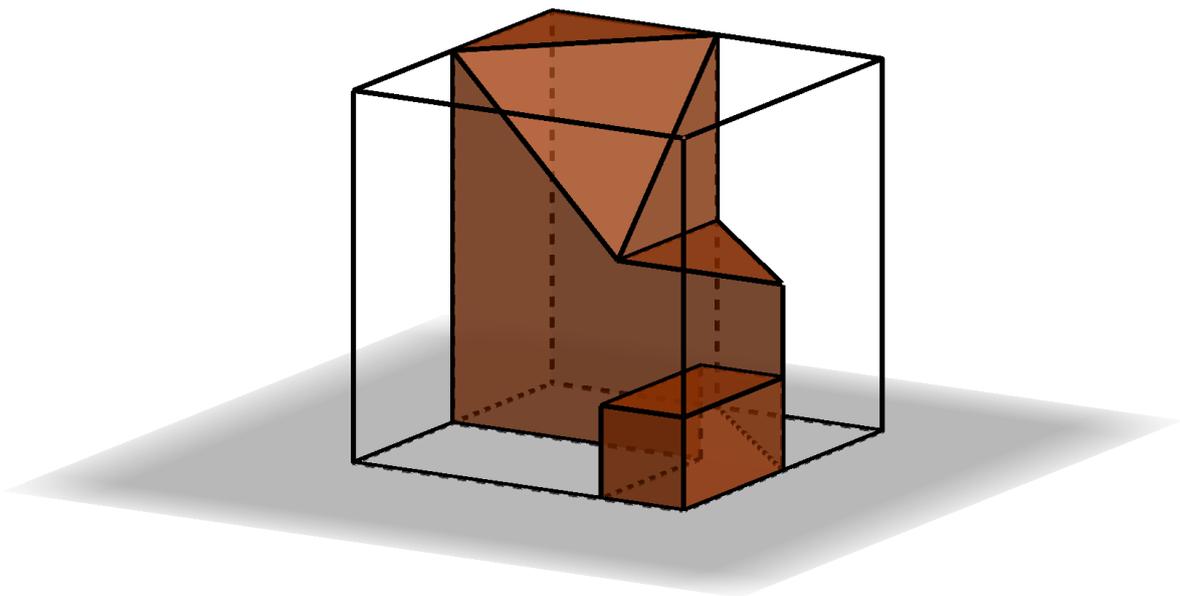
Avant projection



Après projection

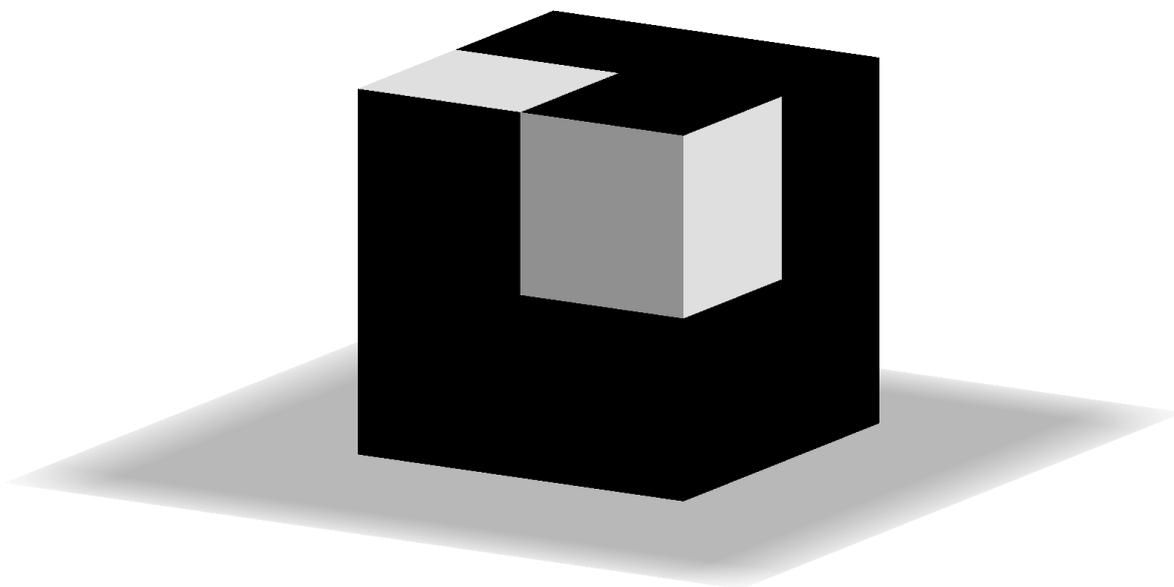


1/ Dessinez après projection ce que l'on obtient avec le solide ci-dessous, sur la fiche réponse spécifique.



Suite de l'exercice →

2/ Dans le cube de la fiche réponse, dessinez la perspective cavalière du solide le plus volumineux capable de produire la projection ci-dessous.



Remarque sur la figure ci-dessus : les carrés blancs représentent un quart de la surface des faces du cube.

~ ORGANISATEURS ~

Académie de Clermont-Ferrand

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Clermont-Ferrand

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public



**ACADÉMIE
DE CLERMONT-FERRAND**

*Liberté
Égalité
Fraternité*



~ PARTENAIRES ~

Volvic, Cruzilles, le Conseil général du Cantal, les villes de Saint-Flour et de Cournon d'Auvergne, l'Université Clermont Auvergne, le Centre National de la Recherche Scientifique, le Comité International du Jeu Mathématique, Texas Instruments et Numworks



NUMWORKS